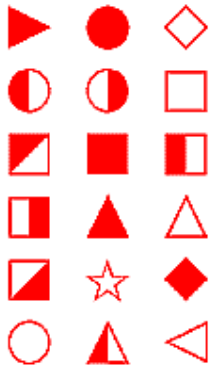
Como medir uma superfície?



A área de uma figura, diz a regra, é a medida de sua superfície. Quando calculamos a medida de uma superfície, verificamos que esta pode ser regular ou irregular em sua forma. São regulares as que possuem formas geométricas conhecidas. As irregulares têm forma indefinida. Para medir as superfícies de formas irregulares, às vezes precisamos utilizar um procedimento aproximado. Mas quando se trata de formas geométricas conhecidas, podemos utilizar fórmulas para realizar esses cálculos. Para medir superfícies, é preciso estabelecer uma unidade. Em geral, será um quadrado cujo lado mede uma unidade de comprimento.

1. Medida de uma superfície

Para medir superfícies é preciso adoptar uma unidade padrão e compará-la à extensão da referida superfície.

Tome o quadrado, □, como unidade de medida.

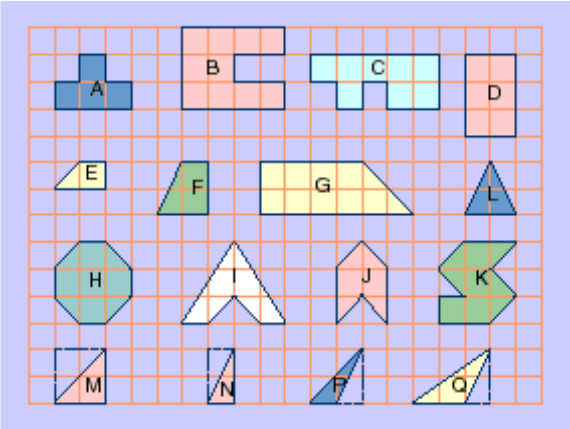


Figura 1

Observe, agora, o quadriculado que cobre cada desenho da Figura 1, acima.

Para conhecer a área de cada superfície, basta contar os quadrados unitários que a cobrem.

Assim, a área de cada uma delas será:

A = 4
B = 10
C = 8
D = 6
E = 1,5

F = 3
G = 10
H = 7
I = 5
J = 4
K = 6,5
L = 2
M = 2
N = 1
P = 1
Q = 2

Faça, agora, o mesmo cálculo com as superfícies da Figura 2, abaixo.

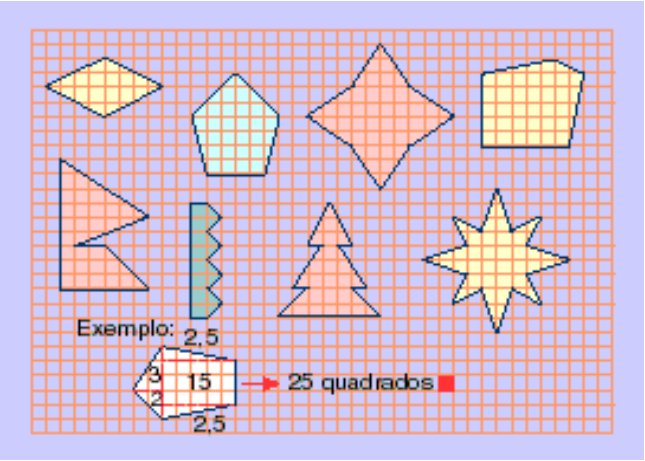


Figura 2

Para facilitar, podemos transformar ou reduzir cada superfície a figuras mais elementares, como quadrados, rectângulos e triângulos.

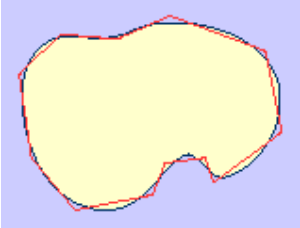


Figura 3

Esse método serve também para calcular, por aproximação, a área de elementos ou figuras irregulares.

As áreas de figuras de contornos curvos, como os lotes de um terreno, são substituídas por polígonos que sejam aproximadamente equivalentes. Isto é, teremos de cruzar o contorno da figura para compensar as reentrâncias e saliências do desenho irregular (Figura 3. ao lado).

No caso de uma figura de tamanho natural, podemos também fazer a medição directa, no desenho, aplicando-a sobre um papel milimétrico e contando os centímetros e milímetros quadrados em seu interior. (Figura 4, ao lado).

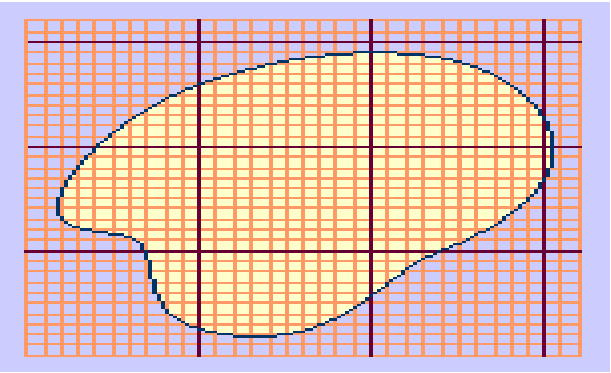


Figura 4

2. Unidades

A unidade principal de medida no Sistema Métrico Decimal é o metro quadrado (m^2).

O m^2 é a área de um quadrado de 1 metro de lado (Figura 5, abaixo).

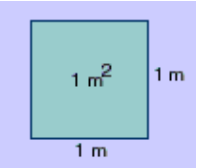


Figura 5

Para medir a superfície de um terreno, a extensão de um país etc., é mais cómodo usar unidades maiores do que o m^2 (os múltiplos do m^2), que são:

• Quilómetro quadrado (km^2): é a área de um quadrado com 1 km de lado.
• Hectómetro quadrado (hm^2): é a área de um quadrado com 1 hm de lado.
• Decâmetro quadrado (dam^2): é a área de um quadrado com 1 dam de lado.

Inversamente, para medir a superfície de um ladrilho, de uma moeda, de um tubo etc., precisamos de unidades menores que o m^2 — os submúltiplos do m^2 —, que são:

• Decímetro quadrado (dm^2): é a área de um quadrado com 1 dm de lado.
• Centímetro quadrado (cm^2): é a área de um quadrado com 1 cm de lado.
• Milímetro quadrado (mm^2): é a área de um quadrado com 1 mm de lado.

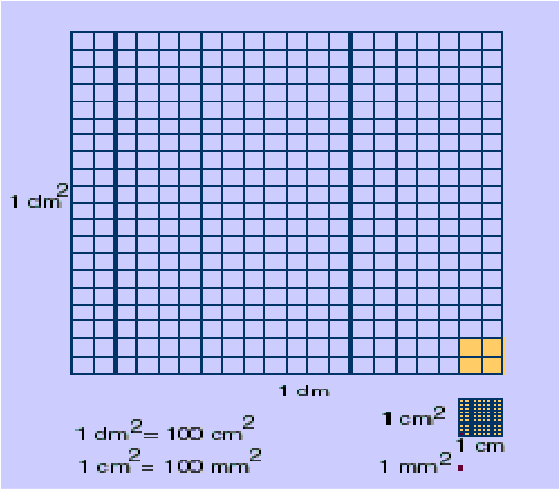


Figura 6

Para poder comparar essas unidades de medida, observe a Figura 6, acima, em que os submúltiplos do m^2 estão representados em tamanho real.

3. Equivalências

Na Figura 7, ao lado, observe a relação de equivalência entre as unidades de medida de superfície.

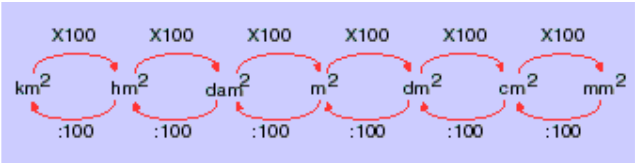


Figura 7

Para medir superfícies agrárias, utilizamos outras unidades, cuja equivalência está indicada na Figura 8, abaixo.

hectare	are	centiare
ha	a	ca
hm^2	dam^2	m^2

Figura 8

4. Área das superfícies planas

O conceito geral para o cálculo da área de uma superfície plana é:

base X altura

➡ Área do rectângulo

Observe na Figura 9, ao lado, que o rectângulo ocupa 18 quadrados e que suas dimensões são: 6 quadrados de base e 3 quadrados de altura.

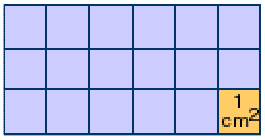


Figura 9

Como cada quadrado tem 1 cm^2, sua área é 18 cm^2.

Em geral, temos (Figura 10, ao lado):

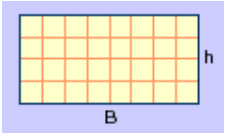


Figura 10

A = base X altura

Ou:

$$A = B \times h$$

A área de um rectângulo é igual ao produto de sua base por sua altura:

$$A = B \times h$$

➡ Área do quadrado

Um quadrado é um rectângulo com todos os lados iguais.

Observe a Figura 11, abaixo. Como ela é um rectângulo, temos
A = base X altura; mas como os lados são iguais, o resultado será:

$$A = l \times l = l^2$$

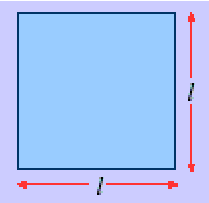


Figura 11

Portanto (Figura 12, abaixo), a área do quadrado é igual ao produto de seus dois lados; isto é, lado ao quadrado:

$$A = l^2$$

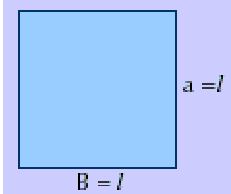


Figura 12

➡ Área do paralelogramo

O paralelogramo da Figura 13, abaixo, mede ***b*** de base e ***h*** de altura.

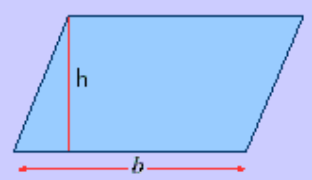


Figura 13

Observe, na Figura 14, abaixo, a transformação que precisa ser feita para calcularmos a área do paralelogramo e aplicar o conceito geral de base X altura.

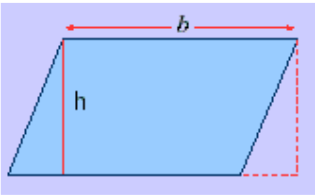


Figura 14

A área é a mesma que a do retângulo com base ***b*** e altura ***h***. Ou seja:

$$A = \text{base X altura}$$

Dessa maneira, a área do paralelogramo é igual ao produto de sua base por sua altura:

$$A = b \text{ X } h$$

➡ Área do losango

Vamos calcular a área do losango, na Figura 15, abaixo, onde ***D*** é a diagonal maior e ***d*** é a diagonal menor.

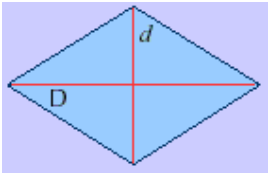


Figura 15

Veja na Figura 16, ao lado, que o losango pode ser colocado dentro de um rectângulo que tenha as suas diagonais por dimensão.

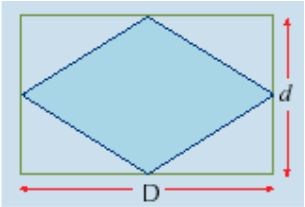


Figura 16

Observe que a área do losango é a metade da área do retângulo construído (Figura 17, abaixo).

$$A = \frac{\text{base X altura}}{2}$$

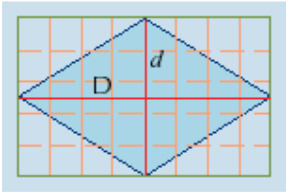


Figura 17

A área do losango é igual à metade do produto de suas diagonais.

$$A = \frac{D \text{ X } d}{2}$$

➡ Área do triângulo

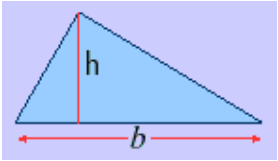


Figura 18

Um triângulo tem por dimensões ***b*** de base e ***h*** de altura (Figura 18, ao lado).

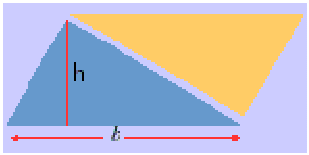


Figura 19

O triângulo ocupa a metade da área de um paralelogramo construído com as mesmas dimensões (Figura 19, abaixo). Portanto:

$$A = \frac{\text{base X altura}}{2}$$

Essa fórmula é válida para qualquer triângulo, em qualquer posição.

- Para lembrar:

A área do triângulo é igual à metade do produto da base pela altura. Ou seja:

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

- Área do trapézio

Um trapézio tem por dimensões ***B*** de base maior, ***b*** de base menor e ***h*** de altura (Figura 20, abaixo).

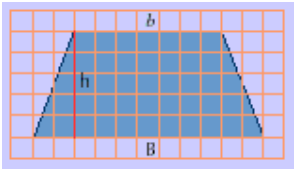


Figura 20

Observe, agora, a construção feita na Figura 21, abaixo:

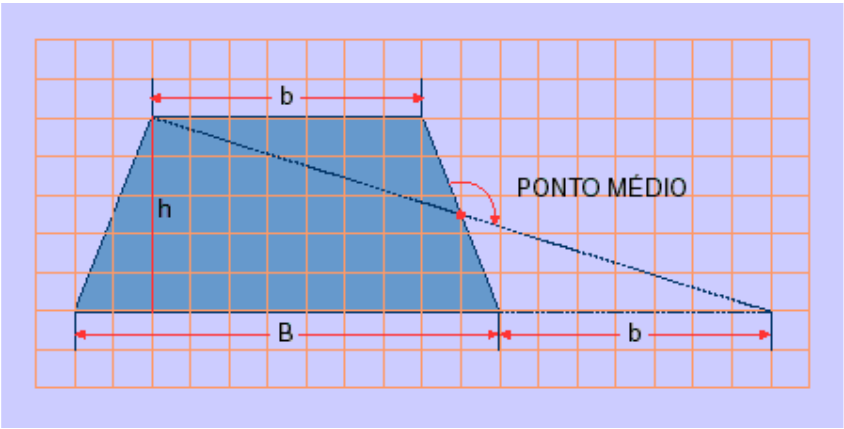


Figura 21

Ao girar a peça que cortamos, ficamos com um triângulo com as dimensões indicadas na Figura 22, abaixo, e com a mesma superfície que o trapézio da Figura 20, acima. A seguir, aplicamos a fórmula do cálculo da área do triângulo:

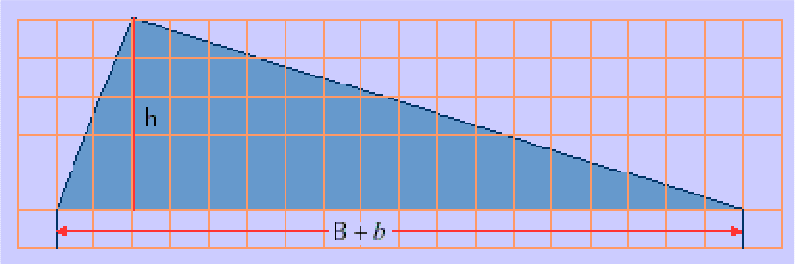


Figura 22

$$A = \frac{\text{base X altura}}{2}$$

$$A = \frac{(B + b)}{2} \text{ X } h$$

- Área do polígono regular

Todos os polígonos regulares podem ser decompostos em tantos triângulos congruentes quantos sejam seus lados.

Para exemplificar, trabalharemos com o polígono de seis lados ou hexágono (Figura 23, ao lado).

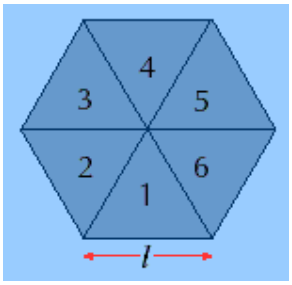


Figura 23

A altura de cada triângulo que compõe o polígono chama-se ***apótema***, que será representada pela letra ***a*** (Figura 24, abaixo).

Calculemos a área de um triângulo:

$$A = \frac{\text{base X altura}}{2} = \frac{l \text{ X } a}{2}$$

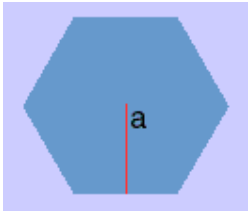


Figura 24

A área do hexágono (Figura 25, abaixo) será:

$$A = 6 \text{ X } \frac{l \text{ X } a}{2}$$

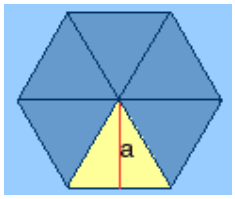


Figura 25

Como sabemos:

6 X l = ***perímetro*** do hexágono;

$$A = \frac{\text{perímetro X apótema}}{2}$$

A área de um polígono regular é igual à metade do produto de seu perímetro por seu apótema:

$$A = \frac{P \times a}{2}$$

➡ Área de polígonos irregulares

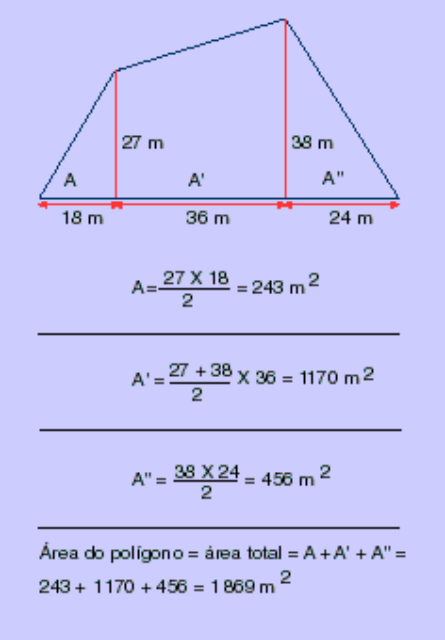


Figura 26

Podemos decompor qualquer polígono irregular em polígonos de áreas conhecidas. Observe o exemplo da Figura 26, ao lado:

➡ Área do círculo

Podemos considerar um círculo como um polígono com infinitos lados (Figura 27, abaixo). Para calcular sua área, aplicamos a fórmula do polígono regular:

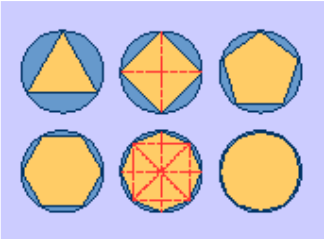


Figura 27

$$A = \frac{P \times a}{2}$$

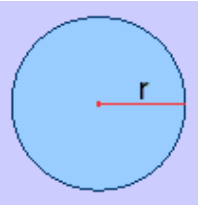


Figura 28

No caso do círculo (Figura 28, ao lado), sabemos que o perímetro é igual ao comprimento da circunferência e o apótema do polígono é igual ao ***raio*** da circunferência.

Portanto:

$$A = \frac{2 \times \pi \times r \times r}{2} = \frac{2 \pi r^2}{2} = \pi r^2$$

Assim, vemos que a área do círculo é igual a ***pi*** (constante com um valor de 3,14159...) multiplicado pelo quadrado do raio:

$$A = \pi r^2$$

➡ Área da coroa circular

Se fizermos no interior de um círculo um outro círculo menor e concêntrico, obteremos uma figura chamada coroa circular (Figura 29, ao lado).

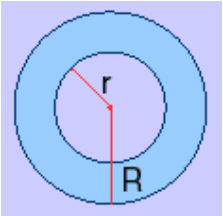


Figura 29

Para descobrirmos sua área, calculamos a área do círculo maior e dela subtraímos a área do círculo menor:

$$A = \pi R^2 - \pi r^2$$

Colocando o factor comum em evidência, ficamos com a expressão:

$$A = \pi (R^2 - r^2)$$

Portanto a área da coroa circular é igual a π multiplicado pela diferença dos quadrados dos raios.

➡ Área do sector circular

Sector circular é a parte do círculo compreendida entre um arco da circunferência e os dois raios que passam por suas extremidades.

Para nos referirmos a um sector circular, devemos indicar em graus a amplitude do mesmo.

Para calcular sua área, dividimos a área do círculo pelos 360° que tem a circunferência:

A área de um sector de 1° é

$$A = \frac{\pi r^2}{360°}$$

Para calcular a área de um sector de n°, como o da Figura 30, multiplicamos por ***n*** a fórmula anterior:

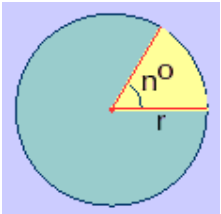


Figura 30

$$A - \frac{\pi r^2}{360°} \text{ X } n°$$

A área do sector circular é igual à área do círculo multiplicada pelo número de graus e dividida por 360°.

$$A = \frac{\pi r^2}{360°} \text{ X } n°$$

EXERCÍCIOS

1. Qual é a área de cada parte da Figura 31, abaixo?

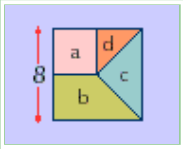


Figura 31

2. Um terreno de forma retangular mede 12 hm de comprimento por 84 m de largura e foi vendido por 18 reais o m^2. Por quanto o terreno foi vendido? Qual o lucro obtido por metro quadrado, se ele havia sido comprado por 1 028 160 reais?

3. Uma das diagonais de um losango mede 48 mm e sua área é 8,88 cm^2. Calcular o comprimento da outra diagonal?

4. Qual é a área dos trapézios da Figura 32, abaixo?

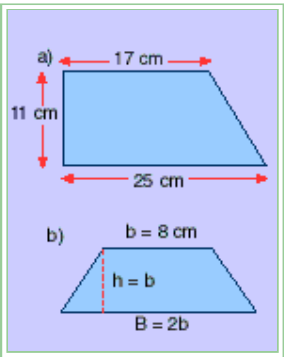


Figura 32

5. O lado de um tabuleiro de xadrez mede 32 cm. Quantos grãos de trigo são necessários para cobrir cada quadrado do tabuleiro, se cada grão cobre aproximadamente 20 mm^2?

6. Um solar de forma retangular foi vendido por 24 mil reais, numa base de 12 reais o m^2. Quais são as dimensões do retângulo sabendo-se que sua largura é 4/5 de seu comprimento?

7. Achar a área dos hexágonos ***a*** e ***b*** da Figura 33, abaixo.

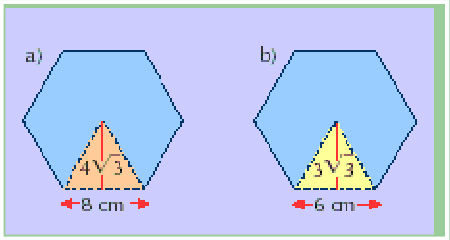


Figura 33

8. Qual é a área de cada círculo da Figura 34, abaixo?

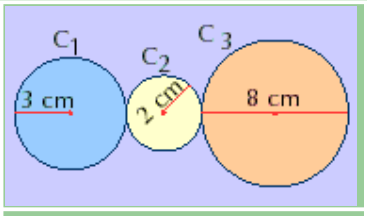


Figura 34